

Anuitas dengan pembayaran m kali di awal

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{n|}^{(m)} &= \frac{1}{m} + \frac{1}{m} \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-1} + \frac{1}{m} \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-2} + \dots + \frac{1}{m} \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-(mn-1)} \\ &= \frac{1}{m} + \frac{1}{m} (v)^{\frac{1}{m}} + \frac{1}{m} (v)^{\frac{2}{m}} + \dots + \frac{1}{m} (v)^{\frac{(mn-1)}{m}}\end{aligned}$$

Persamaan diatas merupakan deret geometri dengan $a=1/m$, $r=v^{1/m}$, maka $S_{mn} = a(1-r^{mn})/(1-r)$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{n|}^{(m)} &= \frac{\frac{1}{m} \left(1 - v^{\frac{1}{m} \times mn}\right)}{1 - v^{1/m}} \\ &= \frac{1 - v^n}{m(1 - v^{1/m})} \\ &= \frac{1 - v^n}{d^{(m)}}\end{aligned}$$

Dengan $d^{(m)} = i^{(m)}/m(1+i^{(m)})$

Contoh.

Hitung harga anuitas yang memberikan pembayaran 2 juta per 3 bulan di awal bula selama 16 tahun jika diketahui $i^{(m)}=8\%$

$$1+i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

$$1+i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{8\%}{4}\right)^4$$

$$i_{\text{eff}} = 0.08243$$

$$\ddot{a}_{n|}^{(m)} = 2 \text{ juta} \times \frac{1 - v^n}{d^{(m)}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1-v^n}{\frac{i^{(m)}}{m(1+i^{(m)})}} \\ &= 2\text{juta} \times \frac{1-v^n}{i^{(m)}} \times m(1+i^{(m)}) \\ &= 2\text{juta} \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i^{(m)}} \times m(1+i^{(m)}) \\ &= 2\text{juta} \times \frac{1-(1+0.08243)^{-16}}{0.08} \times 4(1+0.08) \\ &= 77.58929 \text{ juta} \end{aligned}$$